

1. Vorlesungsbeispiel am 24.05.2012

Nehmen wir an, wir möchten die Gültigkeit folgender Programmformel beweisen:

$$\begin{aligned} \{P\} &\equiv \{z > 0\} \\ \text{if } a < 0 : & \quad \dots \{B\} \equiv \{a < 0\} \\ & \quad a = z - a \\ \text{else:} & \\ & \quad a = a + 1 \\ \{Q\} &\equiv \{z > 0 \wedge a > 0\} \quad \dots \dots \dots \quad \mathbf{(1)} \end{aligned}$$

Beweis

Nach der ersten Bedingungsregel ist **(1)** gültig, wenn die beiden folgenden Programmformeln

$$\{P \wedge B\} \equiv \{z > 0 \wedge (a < 0)\} \quad a = z - a \quad \{z > 0 \wedge (a > 0)\} \quad \dots \dots \quad \mathbf{(2)}$$

und

$$\{P \wedge \neg B\} \equiv \{z > 0 \wedge (a \geq 0)\} \quad a = a + 1 \quad \{z > 0 \wedge (a > 0)\} \quad \dots \dots \quad \mathbf{(3)}$$

gültig sind (mit **B** gleich die Bedingung der **if-else**-Anweisung).

Aus dem Zuweisungsaxiom erhalten wir in **(2)**

$$\begin{aligned} \{(z > 0 \wedge (z - a) > 0)\} \quad a = z - a \quad \{(z > 0 \wedge (a > 0))\} \\ \{(z > 0 \wedge (z > a))\} \quad a = z - a \quad \{(z > 0 \wedge (a > 0))\} \end{aligned}$$

und mit folgender logischen Implikation

$$\{(z > 0 \wedge (a < 0))\} \Rightarrow \{(z > 0 \wedge z > a)\} \quad a = z - a \quad \{(z > 0 \wedge (a > 0))\}$$

ist wegen der zweiten Konsequenz-Regel die Gültigkeit von **(2)** bewiesen.

Aus dem Zuweisungsaxiom erhalten wir in **(3)**

$$\{(z > 0 \wedge (a + 1) > 0)\} \quad a = a + 1 \quad \{(z > 0 \wedge (a > 0))\},$$

aber

$$\{z > 0 \wedge (a \geq 0)\} \Rightarrow \{z > 0 \wedge (a + 1) > 0\} \quad a = a + 1 \quad \{(z > 0 \wedge (a > 0))\},$$

dann folgt aus der 2. Konsequenz-Regel die Gültigkeit von **(3)**.

Zum Schluss, aus der Gültigkeit von **(2)** und **(3)**, folgt dann die Gültigkeit von **(1)**.