Algorithmen und Programmieren II

Sortieralgorithmen

imperativ

Teil I

Prof. Dr. Margarita Esponda

Freie Universität Berlin

Sortieralgorithmen

Vergleichsalgorithmen

- Bubble-Sort
- Insert-Sort
- Selection-Sort
- Shell-Sort
- Quicksort
- Mergesort
- Heap-Sort

- Counting-Sort
- Radix-Sort
- Bucket-Sort

Bubble-Sort

Einfachster und ältester Sortieralgorithmus

- **In-Place**

  minimaler zusätzlicher konstanter Speicherplatz **O(1)**

- **Stabil**

  die Reihenfolge von gleichen Daten bleibt unverändert

- **zu naiv** und **ineffizient** für das Sortieren von im Speicher zusammenhängenden Informationen
- jedoch eignet er sich für das Sortieren innerhalb **verketteter Listen**.
- quadratischer Aufwand $O(n^2)$

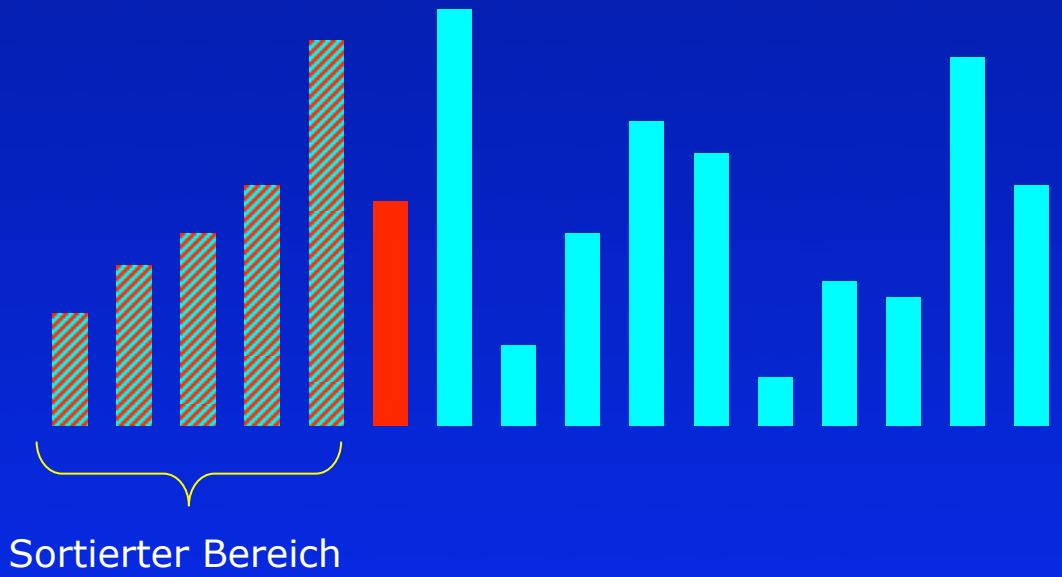
Bubble-Sort

```
def  bubblesort (A):
     swap = True
     stop = len(A)-1
     while swap:
          swap = False
          for i in range(stop):
               if A[i]>A[i+1]:
                    A[i], A[i+1] = A[i+1], A[i]
                    swap = True
          stop = stop-1
```

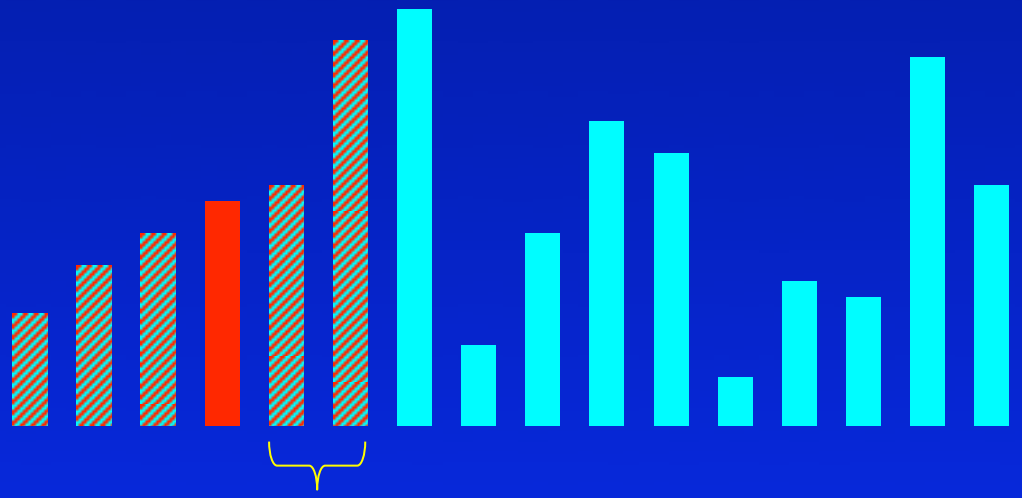
Hilfsvariable für einen linearen Aufwand, wenn die Daten sortiert sind.

Hier wird die Stabilitätseigenschaft des Algorithmus garantiert

Insertion-Sort



Insertion-Sort

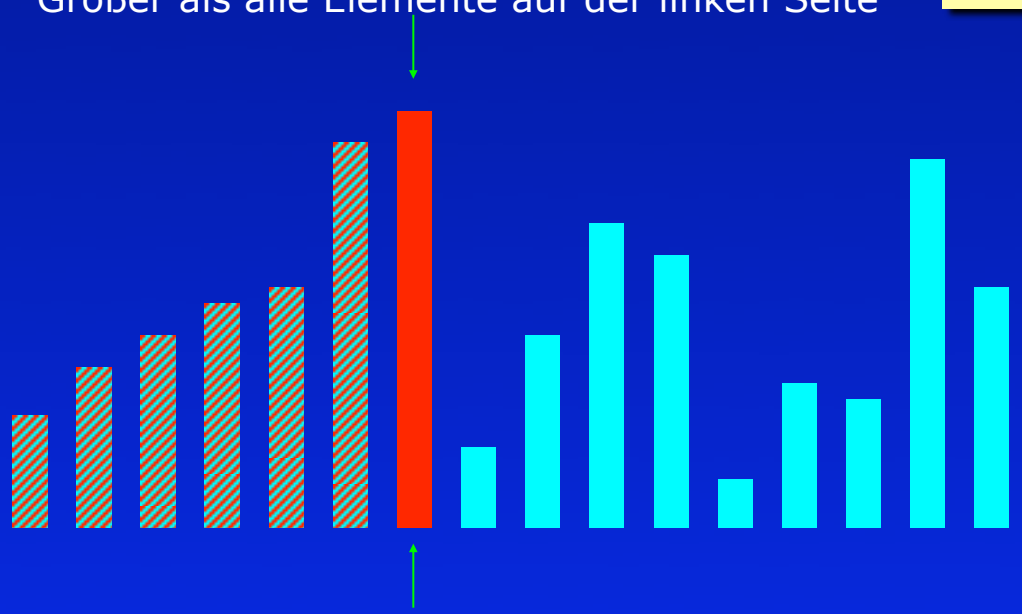


M. Esponda

Insertion-Sort

Bester Fall

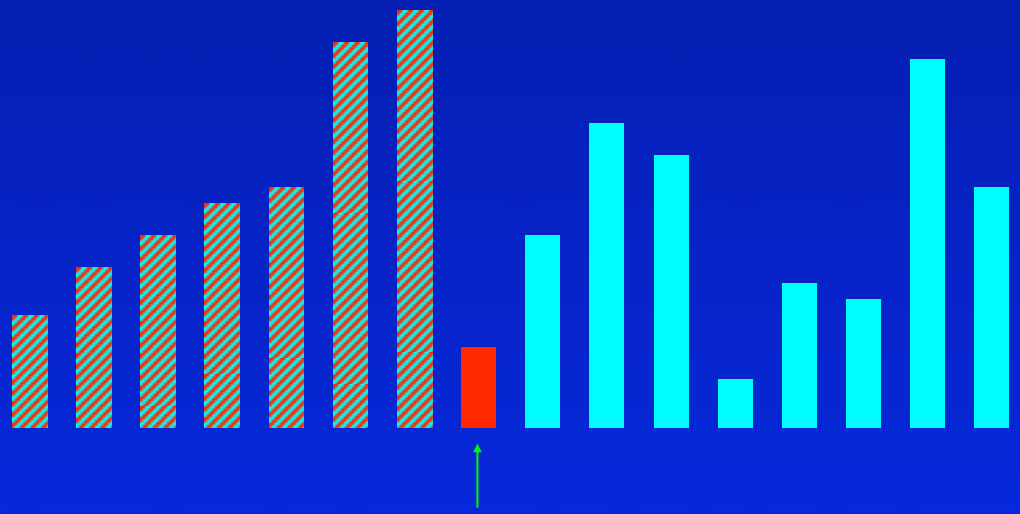
Größer als alle Elemente auf der linken Seite



Es ist kein weiterer
Vergleich notwendig

M. Esponda

Insertion-Sort

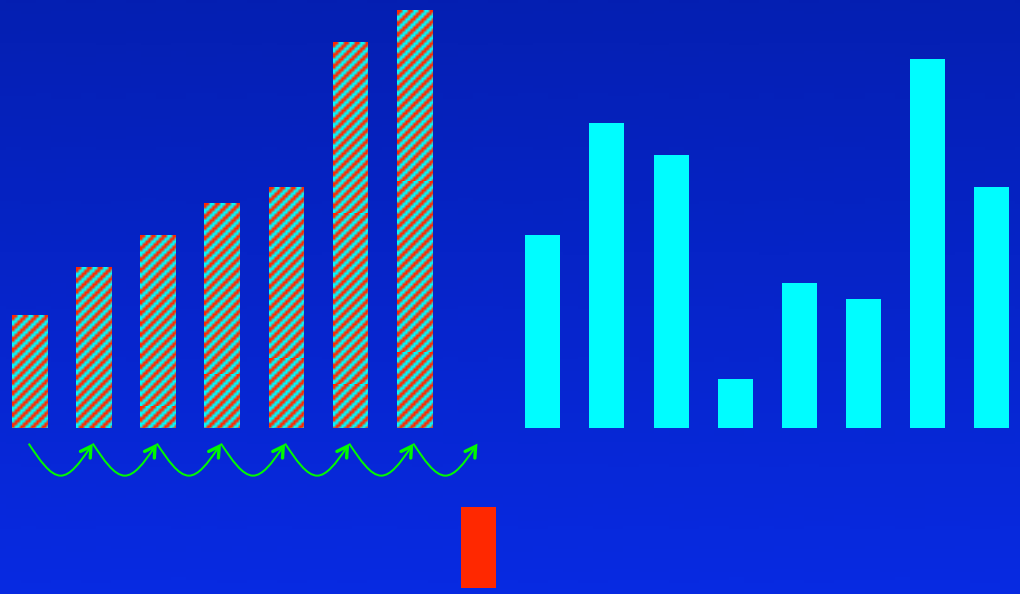


Kleiner als alle Elemente
der linken Seite

Schlimmster Fall

M. Esponda

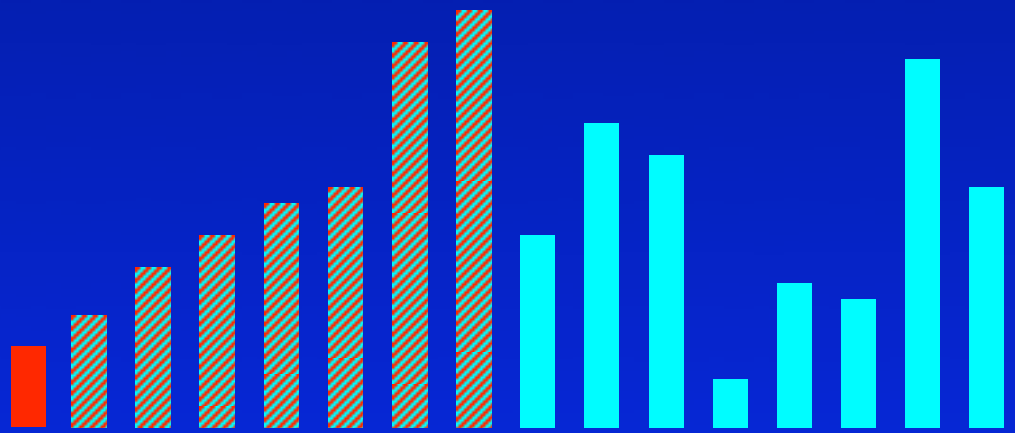
Insertion-Sort



Alle Elemente müssen verschoben werden

M. Esponda

Insertion-Sort



M. Esponda

Insertion-Sort

```
isort :: [ Integer ] -> [ Integer ]

isort [] = []

isort (a:x) = ins a (isort x)


ins :: Integer -> [Integer] -> [Integer]

ins a [] = [a]

ins a (b:y)

        |  a<= b  =  a:(b:y)

        | otherwise = b: (ins a y)
```

Das Problem in Haskell ist vor allem der Speicherverbrauch

Insertion-Sort (imperativ)

Einfacher Sortieralgorithmus

- **In-Place** und kein zusätzlicher Speicherbedarf O(1)
- **Stabil**
- **gut für kleine Mengen** oder **leicht unsortierte Informationen**

```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

Eine geeignete Position wird gesucht und die Elemente des sortierten Bereichs verschoben

Die einzusortierende Zahl wird in den gefundenen Platz kopiert

Insertion-Sort (imperativ)


```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

Insertion-Sort (imperativ)


```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

Insertion-Sort (imperativ)

key

1

```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

Insertion-Sort (imperativ)

key

2

```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

Laufzeit

```
def insertsort(seq):
    for j in range(1,len(seq)):
        key = seq[j]
        k = j-1;
        while k>=0 and seq[k]>key:
            seq[k+1] = seq[k]
            k = k-1
        seq[k+1] = key
```

	Zeit	Anzahl Max	Anzahl Min
def insertsort(seq):	c_1	1	1
for j in range(1,len(seq)):	c_2	n	n
key = seq[j]	c_3	n-1	n-1
k = j-1;	c_4	n-1	n-1
while k>=0 and seq[k]>key:	c_5	1+2+...+n	n-1
seq[k+1] = seq[k]	c_6	1+2+...+n-1	0
k = k-1	c_7	1+2+...+n-1	0
seq[k+1] = key	c_8	n-1	n-1

Maximale Laufzeit ("worst case")

$$T(n)= c_1 + c_2 n + (c_3+c_4+c_8)(n-1) + c_5 (1+2+..+n) + (c_6+c_7)(1+2+...+(n-1))$$

$$1+2+3+\ldots+n = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \qquad \frac{(n-1)n}{2}$$

$$T(n) = c_1 + c_2 n + (c_3+c_4+c_8)(n-1) + c_5 n + (c_5+c_6+c_7)(1+2+...+(n-1))$$

$$T(n) = c_1 - c_3 - c_4 - c_8 + (c_2 + c_3 + c_4 + c_8 + c_5)n + (c_5+ c_6+c_7)\left(\frac{(n-1)n}{2}\right)$$

$$T(n) = \underbrace{-(c_1+c_3+c_4+c_8)}_{c} + \underbrace{(c_2+c_3+c_4+c_8+ \frac{c_5}{2} - \frac{c_6}{2} - \frac{c_7}{2})}_{b} n + \underbrace{(\frac{c_5}{2} + \frac{c_6}{2} + \frac{c_7}{2})}_{a} n^2$$

$$T(n) = an^2 + bn + c$$

M. Esponda

Minimale Laufzeit ("best case")

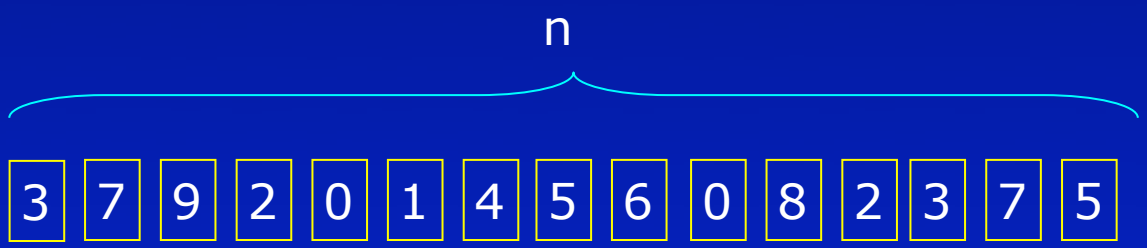
$$T(n) = c_1 + c_2 n + (c_3 + c_4 + c_5 + c_8)(n-1)$$

$$T(n) = \underbrace{(c_1 - c_3 - c_4 - c_5 - c_8)}_{a} + \underbrace{(c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_8)}_{b}(n)$$

$$T(n) = a + b\,n = \mathbf{O}(n)$$

Insertion-Sort

Eingabe: n Zahlen



Berechnungsschritt: Vergleichsoperation

Im schlimmsten Fall: $T(n) = 1+2+3+...+(n-1)$

$$= \frac{(n-1)n}{2}$$

$$= \tfrac{1}{2}n^2 - \tfrac{1}{2}n$$

$$= c_1 n^2 + c_2 n = \boxed{\mathbf{O}(n^2)}$$

Shellsort

Shellsort ist eines der am längsten (1959) bekannten Sortierverfahren.

Der Urheber ist Donald .L. Shell.

Die Idee des Verfahrens ist es, die Daten als zweidimensionales Feld zu arrangieren und spaltenweise zu sortieren.

Nach dieser Grobsortierung werden die Daten als schmaleres zweidimensionales Feld wieder angeordnet und wiederum spaltenweise sortiert.

Das Ganze wiederholt sich, bis zum Schluss das Feld nur noch aus einer Spalte besteht.

Die Spalten werden alle parallel mit Hilfe des Insertsort-Algorithmus sortiert.

Shellsort

Sei

die zu sortierende Datenfolge

Shellsort

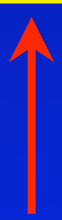
9 0 2 2 6 3 7

1 9 0 2 6 3 7

4 8 5 6 3 7

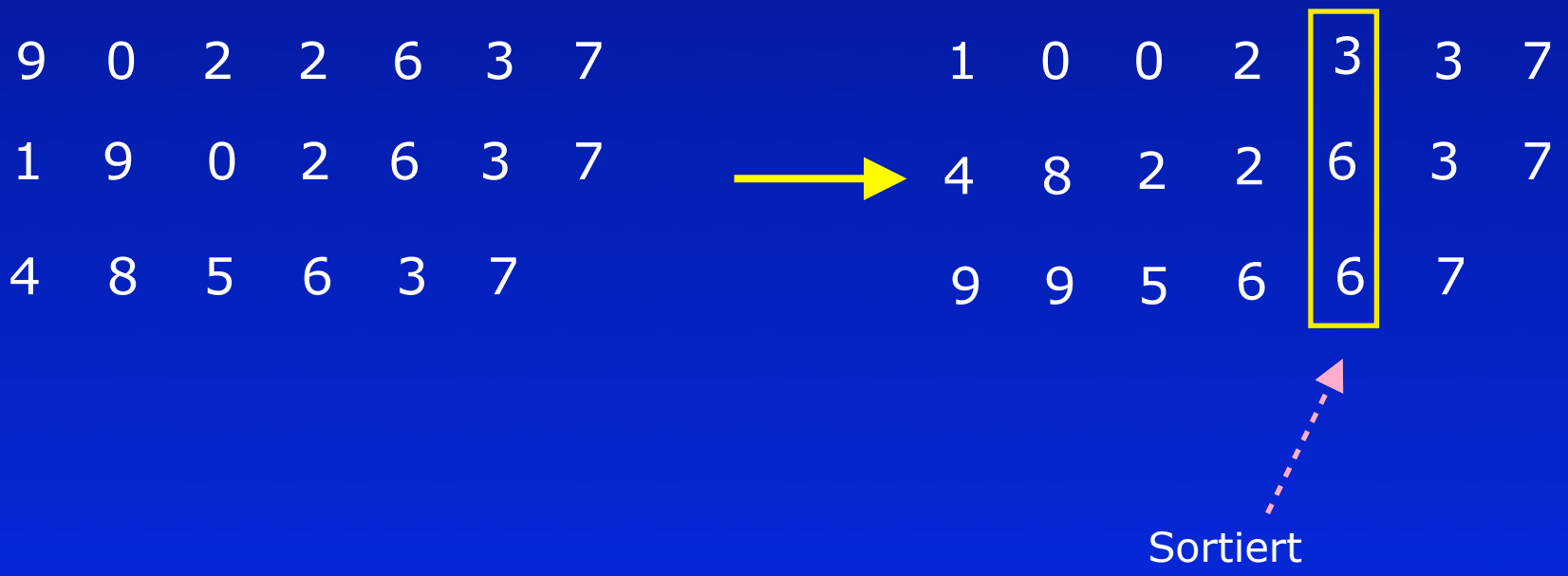
Shellsort

9	0	2	2	6	3	7
1	9	0	2	6	3	7
4	8	5	6	3	7	



Die Spalten werden sortiert

Shellsort



Shellsort

1	0	0
2	3	3
7	4	8
2	2	6
3	7	9
9	5	6
6	7	

Shellsort

Die Spalten werden sortiert

Shellsort

1	0	0
2	3	3
7	4	8
2	2	6
3	7	9
9	5	6
6	7	

1	0	0
2	2	3
2	3	6
3	4	6
6	5	8
7	7	9
6	7	

Shellsort

```
magic = [1391376, 463792, 198768, 86961, 33936, 13776,
         4592, 1968, 861, 336, 112, 48, 21, 7, 3, 1]

def shellsort (A):
        SIZE = len(A)
        for k in range(len(magic)):
                h = magic[k]
                for i in range(h, SIZE):
                        j = i
                        temp = A[j]
                        while j>=h and A[j-h]>temp:
                                A[j] = A[j-h]
                                j = j-h
                        A[j] = temp
```

Aus Erfahrung entwickelte Folge für die Pseudo-Segmentierung

Hier wird das Prinzip des Insertionsort-Algorithmus verwendet

Shellsort

Wenn die Feldbreiten geschickt gewählt werden, reichen jedes mal wenige Sortierschritte aus, um die Daten spaltenweise zu sortieren.

Es gibt noch kein mathematisches Modell, um für beliebige Datenmengen zu entscheiden, welche die optimale Segmentierungssequenz ist.

Eigenschaften:

- **nicht stabil**
- **die Komplexität hängt von der Segmentierung ab**
  - Mersenne-Zahlen 1, 3, 15,…,2^k-1 $O(n^{1,5})$